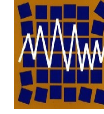




Universidad de Concepción  
Departamento de Ingeniería Civil



Asociación Chilena de Sismología e  
Ingeniería Antisísmica

## N° A12-09 PUSHOVER INVERSO: UNA HERRAMIENTA DE DISEÑO POR CAPACIDAD PARA EDIFICIOS.

Tomás Guendelman B.<sup>1</sup>, Mario Guendelman B.<sup>1</sup>, Jorge Lindenberg B.<sup>1</sup>

1.- I.E.C. INGENIERÍA S.A.

Dublé Almeyda 2580, Santiago, Chile

Fax: (56) (2) 269 1078

e-mail: [iec@iec.cl](mailto:iec@iec.cl)

### RESUMEN

El procedimiento “Capacidad-Demanda”, de tipo estático no lineal, ha sido ampliamente utilizado en los últimos años en el diseño de edificios de acero y de hormigón armado. La Capacidad de la estructura se determina mediante un análisis tipo Pushover, a partir de las características geométricas y mecánicas no lineales de la estructura, de la resistencia de sus elementos y del sistema de cargas que se aplica en forma incremental. La Demanda, por su parte, se determina a partir de los pseudoespectros elásticos del sismo de diseño, transformados en inelásticos mediante factores de reducción que dependen de la ductilidad global y de los principales parámetros vibratorios de la estructura.

En este trabajo se describe un procedimiento alternativo, orientado al diseño por capacidad, que los autores denominan Pushover Inverso, mediante el cual es posible determinar esfuerzos internos acumulados, compatibles con las distintas etapas de un mecanismo de plastificación de la estructura que elige el propio proyectista. Con los esfuerzos internos se realiza posteriormente el diseño de cada elemento, en forma individual.

El procedimiento es aplicable a modelos estructurales tridimensionales complejos, de barras y elementos finitos, los que a su vez poseen propiedades constitutivas no lineales arbitrarias.

Al igual que en el Pushover convencional, en el Pushover Inverso se aplican cargas incrementales proporcionales a las respectivas componentes del patrón inicial de cargas y, consecuentemente, rigen las mismas limitaciones respecto de la validez de sus resultados.

*Palabras Clave: Pushover, Procedimiento Estático No-Lineal, Diseño por Capacidad.*

## **1 EVOLUCIÓN DEL PROCEDIMIENTO ESTÁTICO NO LINEAL**

Con cargo a las capacidades de incursión en el rango no lineal que se acepta para una estructura, el diseño sísmico normativo establece un factor de reducción de las aceleraciones espectrales único, dependiente del período del modo traslacional preponderante en la dirección de análisis, y por lo tanto, común para todos los elementos de ella. En esta forma, salvo que se trate de una estructura isostática, lo que por cierto es impensable en el caso de edificios, el diseño realizado a partir de esta hipótesis no es consistente con el comportamiento diverso que experimentarán los elementos estructurales como consecuencia de la redistribución de esfuerzos en modelos altamente hiperestáticos. Lo señalado tiene validez tanto para sollicitaciones de tipo estático o dinámico.

La consideración más rigurosa relativa al análisis-diseño sísmico no lineal, la proporcionan los métodos de respuesta no lineal tiempo-historia, pero éstos conllevan diversas dificultades sólo parcialmente resueltas hasta la fecha con los desarrollos de software disponibles.

La entronización de los métodos estáticos no lineales (Chopra and Goel, 1999; FEMA 356, 2000; FEMA 450, 2003; Vera y Aguiar, 2004) ha surgido con fuerza en los últimos 15 años, no obstante que las primeras publicaciones sobre el tema, e incluso algunas aplicaciones concretas en edificios reales se remonta a fines de los '70, comienzo de los '80 (Bartolomé, Guendelman y Moroni, 1983). En estos procedimientos es necesario medir la capacidad de la estructura con técnicas incrementales denominadas "pushover", mediante las cuales se aplica un sistema de fuerzas monotónicamente creciente, asociado a un patrón fijo, generalmente del tipo triangular invertido, para ir desarrollando degradación de rigidez y rótulas plásticas en los elementos cuyas características constitutivas así lo requirieran. La capacidad obtenida es, consecuentemente, dependiente del patrón de cargas y por lo tanto, asimilable a la existencia de un modo de vibrar predominante, cuya forma se supone que no varía con la degradación de rigidez.

Esta hipótesis se aleja más de la realidad en la medida que el edificio es más flexible, lo que se ha traducido en una limitación de su alcance en función de la masa equivalente del modo predominante. Sin embargo, desde un punto estrictamente cualitativo, lo que no es menor, resulta conveniente investigar con mayor profundidad las rectificaciones del pushover monomodal, debido a que si bien es cierto el patrón de fuerzas puede excluir formas de vibrar de orden superior que afecten especialmente a las zonas altas de los edificios, no es menos cierto que retiene la hiperestaticidad intrínseca de la estructura, generando un mecanismo de degradación razonable. Los desarrollos de la última década han permitido la extensión del pushover monomodal a otro, de tipo multimodal, conocido como "modal pushover" (Chopra y Goel,

2002), cuyo alcance es bastante más amplio que el primero, sin que ello signifique que esté exento de cuestionamiento.

La combinación de los diagramas de capacidad, obtenidos con pushover mono o multi modal, con los equivalentes de demanda, asociados a espectros inelásticos, han generado una metodología muy práctica y conveniente denominada “demanda-capacidad”, la que es en estos días se encuentra disponible en los diferentes programas computacionales, privados o comerciales, y tienen un uso tan vasto, que lo hacen prácticamente indiscutido. Lo señalado sintetiza, en términos generales, los procedimientos que se aplican actualmente en las oficinas de proyecto.

## 2 ALGORITMO DEL DIAGRAMA DE CAPACIDAD (PUSHOVER)

Nomenclatura:

$\{R\}$	:	Solicitud externa
$fa$	:	Factor de amplificación de la solicitud externa
$\{r\}$	:	Desplazamientos acumulados
$\{\delta r\}$	:	Desplazamientos incrementales
$\{S\}$	:	Esfuerzos internos acumulados
$\{\Delta S\}$	:	Esfuerzos internos incrementales
$\{C\}$	:	Capacidad de los elementos
$[K]$	:	Matriz de rigidez de la estructura
$[B]$	:	Matriz esfuerzos vs. desplazamientos

Procedimiento:

- Primera Etapa (condiciones iniciales):

Determinar	:	$[K_1]$ y $[B_1]$ para $\{C_1\}$
$\{\delta r_1\}$	=	$[K_1]^{-1}\{R\}$
$\{\Delta S_1\}$	=	$[B_1]\{\delta r_1\}$
$a_1$	=	$\min [(C_{1,k}/\Delta S_{1,k}) ; k: 1 \text{ a número de elementos}]$
$\{C_2\}$	=	$\{C_1\} - a_1\{\Delta S_1\}$
$\{S_1\}$	=	$a_1\{\Delta S_1\}$
$\{r_1\}$	=	$a_1\{\delta r_1\}$
$fa_1$	=	$a_1$

- Etapa “j”

$$\begin{aligned}j &= 1 \\j &= j+1 \quad (**) \\ \text{Determinar} &: [K_j] \text{ y } [B_j] \text{ para } \{C_j\} \\ \{\delta r_j\} &= [K_j]^{-1} \{R\} \\ \{\Delta S_j\} &= [B_j] \{\delta r_j\} \\ a_j &= \min [(C_{j,k}/\Delta S_{j,k}) ; k: 1 \text{ a número de elementos}] \\ \{C_{j+1}\} &= \{C_j\} - a_j \{\Delta S_j\} \\ \{S_j\} &= \{S_{j-1}\} + a_j \{\Delta S_j\} \\ \{r_j\} &= \{r_{j-1}\} + a_j \{\delta r_j\} \\ fa_j &= fa_{j-1} + a_j\end{aligned}$$

Si se detecta que la estructura tiene aún capacidad, retornar a (\*\*). En caso contrario, terminar el proceso.

La aplicación del procedimiento pushover tiene las siguientes características:

- Supone un diseño previo.
- Requiere incorporar características constitutivas y resistentes de cada elemento de la estructura, pues se desconoce a priori cuales serán las zonas (secciones o segmentos) que experimentarán comportamientos no lineales.
- El análisis incremental va modificando los vínculos entre las zonas plastificadas con el resto de la estructura, degradando su rigidez global, lo que se manifiesta en el cambio de pendiente que experimenta la curva de capacidad, aquella que relaciona al esfuerzo de corte basal acumulado con el desplazamiento lateral del nivel seleccionado.
- Con el proceso no lineal, vía degradación de rigidez, se cuenta con registro de las zonas en que se produce plastificación, los que en su conjunto, conforman el mecanismo de falla.
- La evaluación del mecanismo de falla merece un juicio objetivo del proyectista, en el sentido de evitar que ciertas zonas, previstas por él, o normadas en los códigos de diseño vigentes, registren comportamiento plástico prematuro o indeseable.
- El resultado de este juicio puede originar una rectificación en el diseño original, con la consiguiente rectificación selectiva de rigideces, capacidades, o ambas simultáneamente, haciendo necesario repetir los pasos anteriores.
- Una vez satisfechas las exigencias normativas u objetivas del proyectista, se procede a determinar las curvas de demanda inelásticas para diferentes ductilidades globales.
- El cruce de las curvas de demanda con la de capacidad, proporciona información respecto de ductilidades globales y desplazamientos laterales máximos para los diferentes Estados Límites previstos en el criterio de diseño por desempeño.
- Deberá igualmente comprobarse que las deformaciones acumuladas en las zonas de plastificación, para los diferentes Estados Límites, no superen los máximos prescritos en el mismo criterio de diseño por desempeño.

- En la eventualidad en que los desplazamientos laterales, las deformaciones locales, las ductilidades globales, u otros requisitos no sean satisfechos, deberá rectificarse el diseño original y repetir el proceso.

Se observa que la rigidez de aquellos elementos que no incursionan en el rango plástico, queda implícita en la rigidez global de la estructura, pero su capacidad, especialmente en el caso de hormigón armado, puede optimizarse, dado que tiene efectos secundarios en la rigidez.

La mayor dificultad práctica que conlleva el procedimiento de pushover está reflejada en los primeros dos puntos del listado anterior, que obligan a definir completamente la estructura, no obstante el hecho de que eventualmente sea necesario modificar el diseño. Es por esta razón que el mérito de esta metodología es mayor si se trata de verificar en vez de diseñar una estructura.

Este déficit queda superado con procedimientos alternativos, utilizando los Modelos Finales de Plastificación (Lara, 1997), cuyas principales características se detallan a continuación:

- Se define un modelo final de plastificación, en conformidad a una decisión objetiva del proyectista de ubicar las zonas de plastificación.
- Se define una incógnita independiente respecto de la cual se fijan las capacidades de las zonas de plastificación.
- Se desplaza virtualmente el mecanismo escogido y se miden las deformaciones virtuales compatibles que se generan en las zonas plastificadas.
- Se aplica el principio de Desplazamientos Virtuales, igualando el trabajo virtual de las sollicitaciones reales externas con el de las capacidades (esfuerzos internos), ecuación de la que se obtiene el valor de la incógnita de referencia y, consecuentemente, las capacidades en las zonas de plastificación.
- Con estos valores se diseñan las zonas de plastificación, poniendo especial énfasis en que este diseño esté dotado de adecuadas consideraciones de ductilidad.
- Se evalúan los esfuerzos en el resto de los elementos de la estructura y se efectúa para ellos un diseño elástico.

Se observa que este procedimiento es racional y objetivo, pues la idoneidad y criterio del proyectista se pone claramente de manifiesto en la elección del mecanismo de plastificación y en los valores relativos de las capacidades resistentes de los elementos. Sin embargo, existe una pérdida de información, pues sólo queda registro del modelo final de plastificación, sin historia relativa al mecanismo mediante el cual se llega a esta instancia, lo que impide cuantificar el comportamiento de la estructura en estados límites intermedios.

El procedimiento de pushover inverso que se propone en este trabajo, retiene todas las hipótesis, restricciones y virtudes del pushover tradicional, pero incorpora la definición del mecanismo de

plastificación, con identificación, etapa por etapa, de las zonas que van alcanzando sucesivamente ese estado.

### 3 ALGORITMO DEL DIAGRAMA DE CAPACIDAD (PUSHOVER INVERSO)

Nomenclatura:

$\{R\}$	:	Solicitud externa
$m$	:	Número de Etapas
$f_{aj}$	:	Factor de amplificación de la solicitud externa acumulado hasta la etapa "j"
$\{E\}$	:	Vector de plastificación. El valor de $E_j$ coincide con el número de la etapa en que la componente $S_j$ deja de incrementarse. $E_j$ igual a cero implica que la capacidad de la componente no se agota durante el proceso
$\{r\}$	:	Desplazamientos acumulados
$\{\delta r\}$	:	Desplazamientos incrementales
$\{S\}$	:	Esfuerzos internos acumulados
$\{\Delta S\}$	:	Esfuerzos internos incrementales
$\{C\}$	:	Capacidad de los elementos
$[K]$	:	Matriz de rigidez de la estructura
$[B]$	:	Matriz esfuerzos vs. Desplazamientos

Procedimiento:

- Primera Etapa (condiciones iniciales):

$$\begin{aligned} \text{Determinar} & : [K_1] \text{ y } [B_1], \text{ suponiendo que todas las componentes de } \{E\} \text{ son nulas} \\ \{\delta r_1\} & = [K_1]^{-1} \{R\} \\ \{\Delta S_1\} & = [B_1] \{\delta r_1\} \\ \{S_1\} & = f_{a1} \{\Delta S_1\} \\ \{r_1\} & = f_{a1} \{\delta r_1\} \end{aligned}$$

- Etapa "j" (para j comprendido entre 2 y m):

$$\begin{aligned} \text{Determinar} & : [K_j] \text{ y } [B_j]. \text{ Inclusión de degradación para valores de } \{E\} \text{ entre 1 y } j-1 \\ \{\delta r_j\} & = [K_j]^{-1} \{R\} \\ \{\Delta S_j\} & = [B_j] \{\delta r_j\} \\ \{S_j\} & = \{S_{j-1}\} + (f_{aj} - f_{aj-1}) \{\Delta S_j\} \\ \{r_j\} & = \{r_{j-1}\} + (f_{aj} - f_{aj-1}) \{\delta r_j\} \end{aligned}$$

- Capacidades para Diseño (concluidas las "m" Etapas)

$$\{C\} = \{S\}$$

En caso de escogerse “factores de desplazamiento” en lugar de “factores de carga”, el control se verifica sólo en un nivel, encontrándose así el “factor de carga” que provoca tal situación. En este caso, las ecuaciones anteriores sufren leves modificaciones.

#### 4 EJEMPLO ILUSTRATIVO

El pórtico de 12 pisos y 2 vanos que se muestra en la Fig. 4.1, ha sido diseñado utilizando procedimientos normativos convencionales. Este pórtico se somete luego a un análisis tipo “pushover”, convencional, con las fuerzas que se muestran en la Fig. 4.1, y que corresponden a las de la ley estática de la norma NCh433.Of96. La Fig. 4.2 presenta la secuencia de plastificación que surge de este análisis y la Fig. 4.3, la curva Corte Basal vs. Desplazamiento del Nivel Superior del pórtico.

El pórtico descrito anteriormente, se somete a continuación a un análisis tipo “pushover inverso”, para las 6 casos alternativos que se muestran en las Figs. 4.4 y 4.5. La Fig. 4.4 presenta los factores de amplificación de carga escogidos para cada etapa de plastificación, en cada caso. Se puede apreciar que, al igual que en el pushover convencional, se establece que las primeras rótulas se generen para  $f_a = 1.45$  y que las últimas, para  $f_a = 2.65$ . Esta elección no es necesaria, pero se ha impuesto en este ejemplo con el único objeto de tener patrones coherentes de comparación.

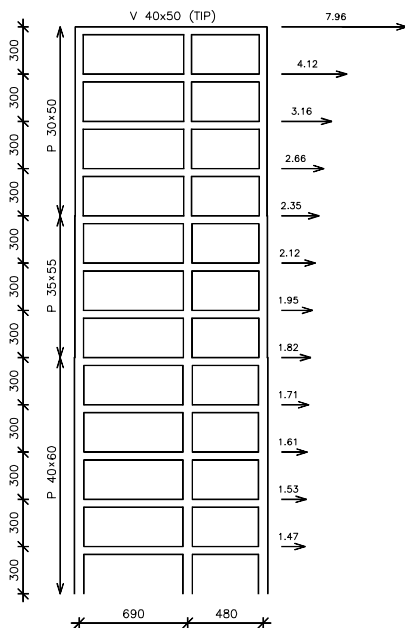


Fig. 4.1: Descripción del Pórtico

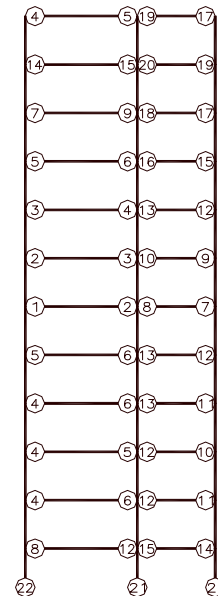


Fig. 4.2: Secuencia de Plastificación para Pushover

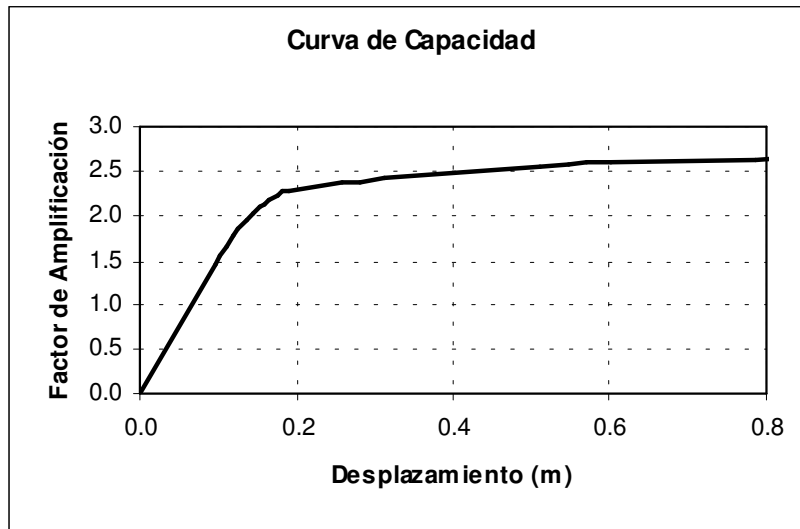


Fig. 4.3: Factor de Amplificación vs. Desplazamiento del Nivel Superior

Caso	fa-1	fa-2	fa-3	fa-4	fa-5	fa-6	fa-7
1	2.65						
2	1.45	1.65	1.85	2.05	2.25	2.45	2.65
3	1.45	1.75	2.05	2.35	2.65		
4	1.45	1.85	2.25	2.65			
5	1.45	2.05	2.65				
6	1.45	2.65					

Fig. 4.4: Factores de carga para cada etapa de plastificación, en cada caso de estudio

La Fig. 4.5, por su parte, muestra, a través del número que se encierra en círculo en los extremos de las barras, la etapa de plastificación en que ese extremo se plastifica.



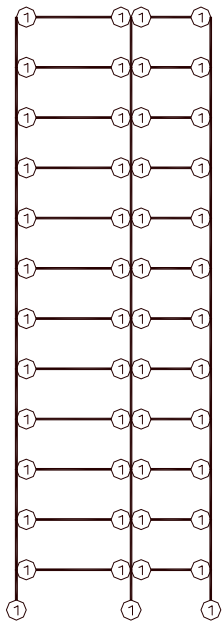


Fig. 4.5.1: Caso 1

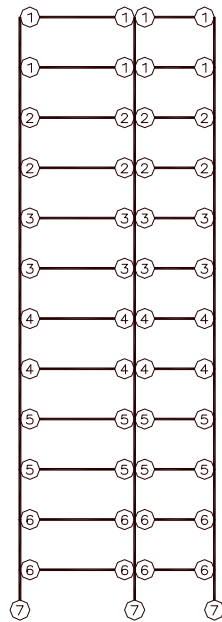


Fig. 4.5.2: Caso 2

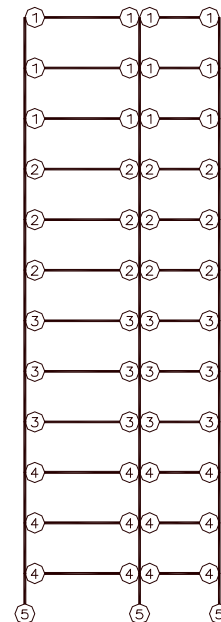


Fig. 4.5.3: Caso 3

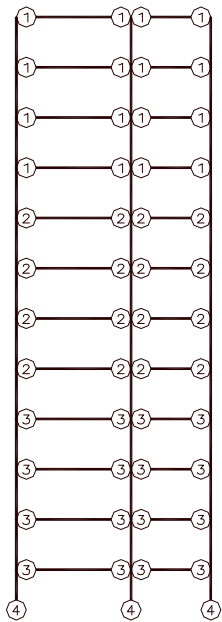


Fig. 4.5.4: Caso 4

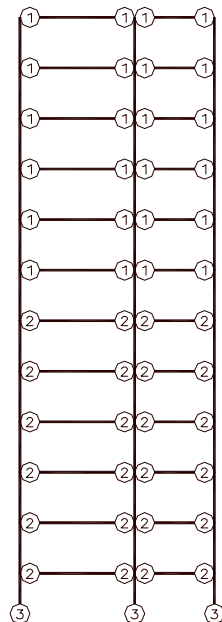


Fig. 4.5.5: Caso 5

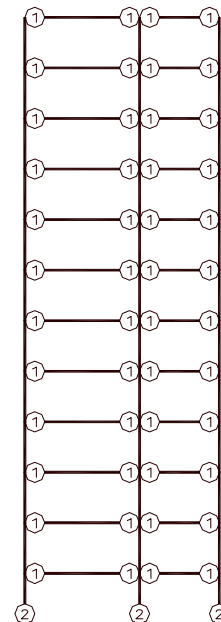


Fig. 4.5.6: Caso 6

Fig. 4.5: Secuencia de Plastificación en 6 casos alternativos

La Fig. 4.6 presenta, finalmente, los diagramas de Corte Basal vs. Desplazamiento del Nivel Superior, para el pushover convencional y para todos los casos de pushover inverso.

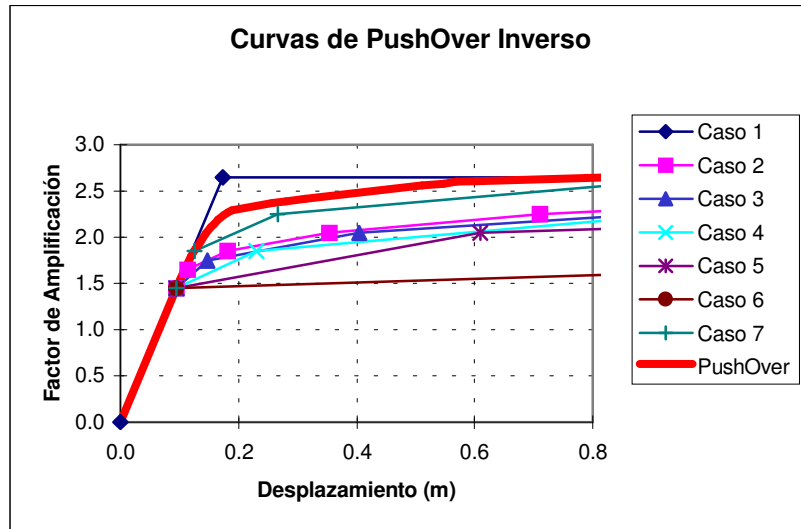


Fig. 4.6: Diagramas de Factor de Amplificación vs. Desplazamiento del Nivel Superior

Las principales características de este procedimiento se desprenden de los resultados del ejemplo descrito y se pueden resumir como sigue:

- No se requiere un diseño previo de la estructura, pues los esfuerzos acumulados que resulten del análisis secuencial dan lugar al diseño de todos sus elementos.
- El diseñador puede, con sólo ajustar la secuencia del mecanismo de falla, satisfacer los requerimientos de desplazamientos objetivo y de ductilidades máximas.
- Una vez escogido el mecanismo de falla que se empleará en el diseño, se puede seleccionar una relación constitutiva no lineal para los elementos de la estructura, en forma discreta entre etapas, incluyendo ramas de rigidez negativa, a fin de tomar en cuenta fenómenos de segundo orden, tales como el efecto P- $\Delta$ .
- Una vez concluido el análisis, el cual puede perfeccionarse mediante la elección de otras alternativas del mecanismo de plastificación, u otros valores relativos entre las capacidades, se efectúa un diseño cuidadoso en las zonas de plastificación, con énfasis especial en las zonas que se plastifican en las primeras etapas del proceso, pues demandarán ductilidades locales mayores que en el resto de la estructura.
- Para los elementos de la estructura que no estén involucrados en el mecanismo de plastificación, se efectúa un diseño convencional elástico.
- El procedimiento puede emplear programas estándar de análisis para modelos linealmente elásticos de estructuras, bi o tridimensionales, con plena compatibilidad de desplazamientos.

## REFERENCIAS

A.K. Chopra and Goel, K.R., 1999, "Capacity-Demand-Diagram Methods Based on Inelastic Design Spectrum"; Earthquake Spectra, Volume 15, Number 4, November 1999.

FEMA 356, 2000, "Pre-standard and Commentary for the Seismic Rehabilitation of Buildings".

FEMA 450, 2003, "NEHRP Recommended Provisions for Seismic Regulations for New Buildings and Other Structures".

L.P. Viera y Aguiar, R., 2004, "Diseño Sísmico Basado en Desempeño de Edificios de Hormigón Armado", Tesis Master en Ingeniería Estructural Sismo-Resistente, Facultad de Ingeniería Civil De la Universidad Técnica de Ambato, Ecuador.

P. Bartolomé, Guendelman, T., Moroni, M.O., 1983, "Proposiciones Relativas al Análisis Sísmico No Lineal de Edificios Altos de Hormigón Armado Estructurados con Marcos Rígidos", XXII Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural, Santiago, Chile.

A.K. Chopra and Goel, K.R., 2002, "A Modal Pushover Analysis Procedure for Estimating Seismic Demands for Buildings"; Earthquake Engng. Struct. Dyn. 2002, 31:561-582.

O. Lara, "Optimización de Estructuras", 1997, Séptimas Jornadas Chilenas de Sismología e Ingeniería Antisísmica, La Serena, Chile.